

Предмет	Класс	Дата	Время начала	Время окончания
<i>физика</i>	<i>10</i>	<i>11.11.2022</i>	<i>11:00</i>	<i>14:00</i>

Рекомендации для жюри

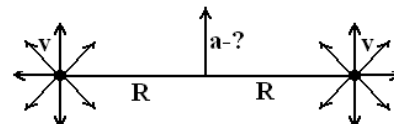
Каждая задача оценивается из 10 баллов. Участники олимпиады могут предложить полные и верные решения задач, отличные от приведённых в ключе. За это они должны получить полный балл. Частичное решение или решение с ошибками оценивается, ориентируясь на этапы решения, приведённые в разбалловке. При этом верные выводы из ошибочных допущений не добавляют баллов. Если какой-то этап решения не полный, или частично правильный, то он оценивается частью баллов за этап. Если в решении участника олимпиады предложенные этапы объединены как один, то оценка проводится из суммарного балла. **Наличие лишь ответа без решения не оценивается.** При наличии у участника двух решений без указания, какое он считает верным, оценка проводится по худшему. Для удобства работы жюри решения и критерии оценки для каждой задачи приведены на отдельной странице и при необходимости снабжены комментарием. К некоторым задачам приводятся два варианта решения. Следует держаться духа и буквы предлагаемой разбалловки, чтобы обеспечить сопоставимость проверки на разных площадках проведения.

С вопросами по критериям оценок можно обратиться или по электронной почте masha.yuldasheva@mail.ru или по телефону 8-913-940-45-06 к председателю предметно-методической комиссии олимпиады *Юлдашевой Марии Рашидовне*.

Предмет	Класс	Дата	Время начала	Время окончания
<i>физика</i>	<i>10</i>	<i>11.11.2022</i>	<i>11:00</i>	<i>14:00</i>

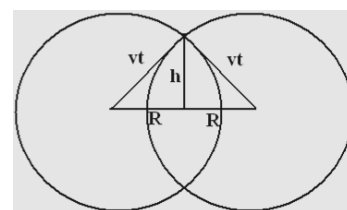
1. Между двух огней

В точках на расстоянии $2R$ одновременно загорелась степь. Вы оказались посередине отрезка между этими точками. С каким наименьшим ускорением надо двигаться по средней линии, чтобы спастись? Огонь распространяется во все стороны со скоростью v .



Возможное решение:

Область, охваченная огнём через время t , наложение кругов радиусом $r = vt$ с центрами в указанных в условии точках (рис.). Найдём при заданном ускорении a , при каком пройденном расстоянии h Вы окажетесь на границе этой области. При равноускоренном движении $h = at^2/2$, откуда $t^2 = 2h/a$. Из теоремы Пифагора имеем $v^2t^2 = h^2 + R^2$. После подстановки $t^2 = 2h/a$ получаем квадратное уравнение для h : $h^2 - 2v^2h/a + R^2 = 0$. У него два корня $h_{1,2} = v^2/a \pm \sqrt{v^4/a^2 - R^2}$ в случае положительного подкоренного выражения (дискриминанта), один корень при нулевом дискриминанте и нет решений при отрицательном дискриминанте. Итак, если ускорение $a < v^2/R$, то огонь Вас догонит при меньшем значении h , а выбежите Вы из горящей области при большем h . По мере увеличения ускорения отрезок пути в области горения сокращается и доходит до нуля ($h_1 = h_2$) при $a = v^2/R$, когда дискриминант обращается в ноль. При большем ускорении решений уже нет, огонь Вас не догонит.



Решение из неравенства $h^2 > v^2t^2 - R^2$ (при каком наименьшем ускорении оно выполняется для любого h , или любого t) сводится к исследованию рассмотренного выше квадратного уравнения (или биквадратного для t).

Предмет	Класс	Дата	Время начала	Время окончания
<i>физика</i>	<i>10</i>	<i>11.11.2022</i>	<i>11:00</i>	<i>14:00</i>

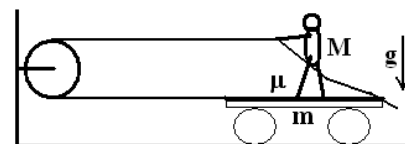
Критерии оценивания:

№	Этапы решения	соотношения	балл
1	Область, охваченная огнём через время t , как наложение двух кругов	радиус $r = vt$	1
2	Связь перемещения и времени	$h = at^2/2$ или $t^2 = 2h/a$	1
3	Условие попадания на границу этой области	$v^2t^2 = h^2 + R^2$	1
4	Получение квадратного уравнения для h (или для t^2)	$h^2 - 2v^2h/a + R^2 = 0$	3
5	Исследование корней и нахождение искомого ускорения	$a = v^2/R$	4
		сумма	10

Предмет	Класс	Дата	Время начала	Время окончания
<i>физика</i>	<i>10</i>	<i>11.11.2022</i>	<i>11:00</i>	<i>14:00</i>

2. Чтобы не свалиться

Человек массы $M = 50$ кг, стоя на тележке с массой $m = 10$ кг, подтягивает себя и тележку к стене за длинную лёгкую верёвку. Она привязана к тележке и перекинута через блок без трения (рис.).



Какое наибольшее ускорение можно развить без риска, что тележка выскользнет из под человека? Каково в этом случае натяжение верёвки? Тележка катится по полу без трения, коэффициент трения между человеком и тележкой $\mu = 0,4$. Ускорение свободного падения $g \approx 10$ м/с².

Возможное решение:

При отсутствии проскальзывания ускорения тележки и человека одинаковы $\langle 1 \rangle$.

Из 2-го закона Ньютона: $Ma = T + f_{\text{тр}} \langle 2 \rangle$; $ma = T - f_{\text{тр}} \langle 2 \rangle$,

откуда $(M - m)a = 2f_{\text{тр}} \langle 1 \rangle$ и $T = (M + m)a/2 \langle 1 \rangle$.

Условие на силу трения $f_{\text{тр}} \leq \mu Mg \langle 1 \rangle$.

Тогда $a_{\text{макс}} = 2\mu Mg/(M - m) \approx 10$ м/с² $\langle 1 \rangle$, $T_{\text{макс}} = \mu M(M + m)g/(M - m) \approx 300$ Н $\langle 1 \rangle$.

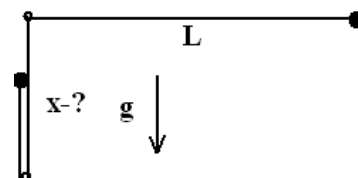
Критерии оценивания:

№	Этапы решения	соотношения	балл
1	Равенство ускорений (отсутствие проскальзывания)		1
2	2-й закон Ньютона для человека и тележки	$Ma = T + f_{\text{тр}}$; $ma = T - f_{\text{тр}}$	2+2
3	Вывод соотношений для ускорения и натяжения	$(M - m)a = 2f_{\text{тр}}$; $T = (M + m)a/2$	1+1
4	Условие на силу трения	$f_{\text{тр}} \leq \mu Mg$	1
5	Нахождение искомого ускорения и натяжения	$a_{\text{макс}} = 2\mu Mg/(M - m) \approx 10$ м/с ² ; $T_{\text{макс}} = \mu M(M + m)g/(M - m) \approx 300$ Н	1+1
		сумма	10

Предмет	Класс	Дата	Время начала	Время окончания
<i>физика</i>	<i>10</i>	<i>11.11.2022</i>	<i>11:00</i>	<i>14:00</i>

3. Движение без провиса

Нить длины L с массивным шариком на конце отклонили вдоль стены на 90° от вертикали и отпустили. На каком наименьшем расстоянии под точкой подвеса нужно вбить гвоздь, чтобы после того, как нить налетит на гвоздь, она оставалась натянутой вплоть до столкновения шарика с нитью?



Возможное решение:

Радиус окружности, по которой движется шарик после того, как нить налетит на гвоздь $R = L - x$ <1>, здесь x расстояние от точки подвеса до гвоздя.

Условие, что нить остаётся натянутой, положительное её натяжение $T \geq 0$ <2>.

Наименьшее натяжение достигается в верхней точке <1>.

Применим второй закон Ньютона для поперечного скорости (центростремительного) ускорения:

$$ma_{ц} = mg + T \quad <2>.$$

Так как $a_{ц} = v^2/R$, где v скорость в верхней точке <1>, то в критическом случае $T = 0$ имеем $v^2/(L - x) = g$ <1>.

Используем закон сохранения энергии $mgL = mv^2/2 + mg2R = mv^2/2 + mg2(L - x)$ <2>.

Исключая v^2 получим уравнение $L = (L - x)/2 + 2(L - x)$ и окончательно $x = 3L/5$ <2>.

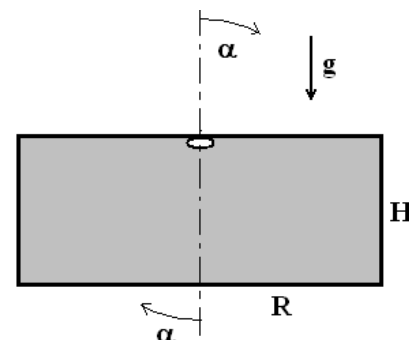
Критерии оценивания:

№	Этапы решения	соотношения	балл
1	Радиус траектории после налёта нити на гвоздь	$R = L - x$	1
2	Условие движения без провиса нити	$T \geq 0$	1
3	Указание, где натяжение наименьшее		1
4	2-й закон Ньютона	$ma_{ц} = mg + T$	2
5	Выражение центростремительного ускорения	$a_{ц} = v^2/R$ или $a_{ц} = v^2/(L - x)$	1
6	Закон сохранения энергии	$mgL = mv^2/2 + mg2R = mv^2/2 + mg2(L - x)$ (аналог)	2
7	Уравнение для x и ответ	$x = 3L/5$	2
		сумма	10

Предмет	Класс	Дата	Время начала	Время окончания
<i>физика</i>	<i>10</i>	<i>11.11.2022</i>	<i>11:00</i>	<i>14:00</i>

4. Поворот бака

Закрытый бак радиуса R и высоты H заполнен жидкостью с небольшим объёмом воздуха. Ось бака отклонили от вертикали на угол α ($\alpha \leq 90^\circ$). Найдите силу давления жидкости на дно. Масса жидкости m , давление воздуха P_0 , ускорение свободного падения g .

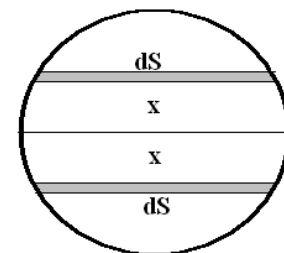
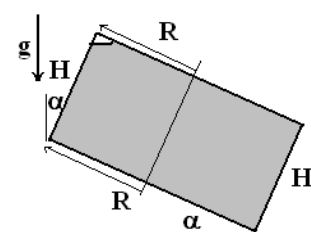


Возможное решение

При повороте оси на угол α воздух окажется в верхнем углу (рис. 1) <1>. Давление жидкости на границе с воздухом равно давлению воздуха P_0 .

<1>. Давление на дне сосуда меняется от P_{\min} – в верхней точке дна, до P_{\max} в нижней. При погружении на глубину h давление возрастает на ρgh , где ρ плотность жидкости, поэтому $P_{\min} = P_0 + \rho gh_1$, где $h_1 = H \cos \alpha$ глубина у верхней точки дна от границы с воздухом <1>. Давление в нижней точке $P_{\max} = P_{\min} + \rho gh_2$, она ниже верхней на $h_2 = 2R \sin \alpha$, и $P_{\max} = P_0 + \rho g H \cos \alpha + 2\rho g R \sin \alpha$ <1>. Давление на средней линии дна $P_{\text{ср}} = P_0 + \rho g H \cos \alpha + \rho g R \sin \alpha$ <1>. Чтобы рассчитать силу давления на дно, рассмотрим полоски площади dS , симметричные относительно средней линии, находящиеся на расстоянии x от неё. Одна выше средней линии на $x \sin \alpha$, а другая ниже на столько же (рис. 2). Соответственно давления на этих полосках будут $P_{\text{ср}} - \rho g x \sin \alpha$ и $P_{\text{ср}} + \rho g x \sin \alpha$, сумма же сил давления

$(P_{\text{ср}} - \rho g x \sin \alpha)dS + (P_{\text{ср}} + \rho g x \sin \alpha)dS = 2P_{\text{ср}}dS$ <2>. Поскольку всё дно разбивается на такие пары полосок, то сила действующая на дно находится умножением среднего давления на площадь дна: $F = (P_0 + \rho g(H \cos \alpha + R \sin \alpha))\pi R^2$ <1>. Так как масса жидкости $m = \rho \pi R^2 H$, то окончательный ответ для искомой силы $F = P_0 \pi R^2 + mg(H \cos \alpha + R \sin \alpha)/H$ <2>.



Критерии оценивания:

№	Этапы решения	соотношения	балл
1	Воздух в верхнем углу		1
2	Давление жидкости на границе с воздухом	$P = P_0$	1
3	Давление жидкости в верхней и нижней точках дна	$P_{\min} = P_0 + \rho g H \cos \alpha;$ $P_{\max} = P_0 + \rho g H \cos \alpha + 2\rho g R \sin \alpha$	1+1
4	Давление жидкости на средней высоте дна	$P_{\text{ср}} = P_0 + \rho g H \cos \alpha + \rho g R \sin \alpha$	1
5	Рассмотрение симметричных полосок, обоснование использования $P_{\text{ср}}$ для расчёта силы давления	<i>Может быть интегрирование</i>	2
6	Нахождение силы давления на дно	$F = (P_0 + \rho g(H \cos \alpha + R \sin \alpha))\pi R^2$	1
7	Окончательный ответ	$F = P_0 \pi R^2 + mg(H \cos \alpha + R \sin \alpha)/H$	2
		сумма	10

Предмет	Класс	Дата	Время начала	Время окончания
<i>физика</i>	<i>10</i>	<i>11.11.2022</i>	<i>11:00</i>	<i>14:00</i>

5. Кольцо из резисторов

N резисторов с сопротивлением R каждый соединены в кольцо. Чему равно максимальное сопротивление между двумя точками кольца. Найдите максимальную и минимальную мощность, выделяемую в цепи при подключении между двумя точками кольца напряжения U .

Возможное решение:

При подключении омметра, если получается следующая эквивалентная схема:

$$\text{Общее сопротивление: } R_0 = R \frac{k(N-k)}{N}$$

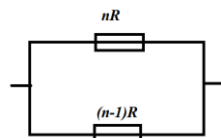
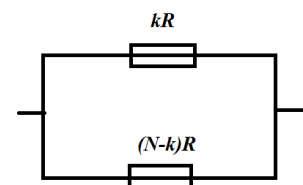
Зависимость от k квадратична, максимум при $k = N/2$ (знают вершину параболы, либо взяли производную)

$$\text{Тогда } R_{0max} = R \frac{N}{4}, \text{ если } N=2n \text{ (четное)}$$

Если $N=2n-1$ (нечетное), то ищем ближайшее к вершине

$$n = (N+1)/2, \text{ тогда } R_{0max} = R \frac{N^2-1}{4N},$$

$$\text{Мощность } P = \frac{U^2}{R_0}; P = \frac{U^2}{R_0} = \frac{NU^2}{Rk(N-k)}$$



Мощность максимальна при минимальном R_0 и минимальна при максимальном R_0 .

Минимальное сопротивление, когда с одной стороны 1 резистор, а параллельно все остальные $k=1$,

$$R_{0min} = R \frac{(N-1)}{N}. \text{ Тогда } P_{max} = \frac{NU^2}{R(N-1)}$$

Для минимальной мощности два ответа при четном N : $P_{min} = \frac{4U^2}{RN}$, при нечетном N : $P_{min} = \frac{4NU^2}{R(N^2-1)}$

Предмет	Класс	Дата	Время начала	Время окончания
<i>физика</i>	<i>10</i>	<i>11.11.2022</i>	<i>11:00</i>	<i>14:00</i>

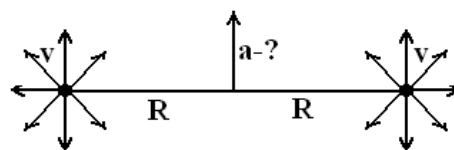
Критерии оценивания:

№	Этапы решения	соотношения	балл
1	Эквивалентная схема		1
2	Нахождение общего сопротивления	$R_0 = R \frac{k(N-k)}{N}$ или аналог	1
3	Нашли максимум параболы	$k = N/2$	1
4	Найдено максимальное R	$R_{0max} = R \frac{N}{4}$	1
5	N может быть четным и нечетным		1
6	Найден ответ для нечетного N	$R_{0max} = R \frac{N^2 - 1}{4N}$	1
7	Выражение для мощности	$P = \frac{U^2}{R_0}$	1
8	Найдена максимальная мощность	$P_{max} = \frac{NU^2}{R(N-1)}$	1
9	Найдена минимальная мощность	при четном N: $P_{min} = \frac{4U^2}{RN}$, при нечетном N: $P_{min} = \frac{4NU^2}{R(N^2-1)}$ (по одному баллу за каждый ответ)	2
		сумма	10

Предмет	Класс	Дата	Время начала	Время окончания
<i>физика</i>	<i>10</i>	<i>11.11.2022</i>	<i>11:00</i>	<i>14:00</i>

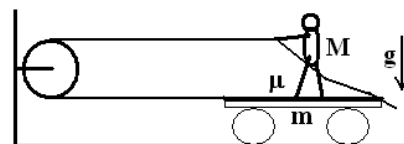
1. Между двух огней

В точках на расстоянии $2R$ одновременно загорелась степь. Вы оказались посередине отрезка между этими точками. С каким наименьшим ускорением надо двигаться по средней линии, чтобы спастись? Огонь распространяется во все стороны со скоростью v .



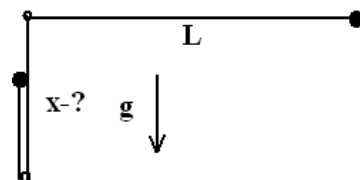
2. Чтобы не свалиться

Человек массы $M = 50$ кг, стоя на тележке с массой $m = 10$ кг, подтягивает себя и тележку к стене за длинную лёгкую верёвку. Она привязана к тележке и перекинута через блок без трения (рис.). Какое наибольшее ускорение можно развить без риска, что тележка выскользнет из-под ног человека? Каково в этом случае натяжение верёвки? Тележка катится по полу без трения, коэффициент трения между человеком и тележкой $\mu = 0,4$. Ускорение свободного падения $g \approx 10$ м/с².



3. Движение без провиса

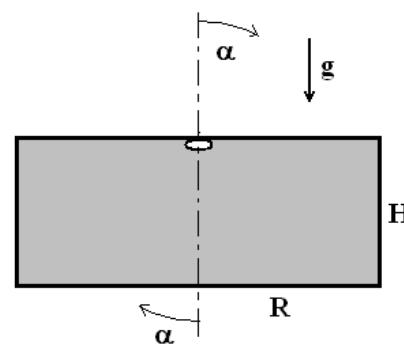
Нить длины L с массивным шариком на конце отклонили вдоль стены на 90° от вертикали и отпустили. На каком наименьшем расстоянии под точкой подвеса нужно вбить гвоздь, чтобы после того, как нить налетит на гвоздь, она оставалась натянутой вплоть до столкновения шарика с нитью? Ускорение свободного падения g .



Предмет	Класс	Дата	Время начала	Время окончания
<i>физика</i>	<i>10</i>	<i>11.11.2022</i>	<i>11:00</i>	<i>14:00</i>

4. Поворот бака

Закрытый бак радиуса R и высоты H заполнен жидкостью с небольшим объёмом воздуха. Ось бака отклонили от вертикали на угол α ($\alpha \leq 90^\circ$). Найдите силу давления жидкости на дно. Масса жидкости m , давление воздуха P_0 , ускорение свободного падения g .



5. Кольцо из резисторов

N резисторов с сопротивлением R каждый соединены в кольцо. Чему равно максимальное сопротивление между двумя точками кольца. Найдите максимальную и минимальную мощность, выделяемую в цепи при подключении между двумя точками кольца напряжения U .